Hellmut Baumgärtel

Vom Galileischen Imperativ zum Geniestreich von Schrödinger

1. Einleitung: Aristoteles, Platon, Euklid, Descartes

An einer Stelle in seinem Buch *Abschaffung der Religion?*[1] spricht Richard Schröder von Sachverhalten, über die sich alle Menschen, die bei Verstand sind, unstrittig einigen, z. B., dass $2 \cdot 2 = 4$ ist, stellt aber sofort die kritische Frage, wovon eigentlich die Mathematik handelt. »Was sind Zahlen? Und wie ist es möglich, dass wir mathematische Modelle entwickeln können, die durch Experimente bestätigt werden?« Schröder verbindet also Mathematik sofort mit Naturwissenschaft, insbesondere mit der Physik. Diese Verknüpfung ist heute Allgemeingut. Doch das war nicht zu allen Zeiten so.

Bei den Griechen waren Naturbeobachtung und Naturerkenntnis von Mathematik streng getrennt. Beispielhaft dafür ist Aristoteles:

> »Die genaue Schärfe der Mathematik aber darf man nicht für alle Gegenstände fordern, sondern nur für die stofflosen. Darum paßt diese Weise nicht für die Wissenschaft der Natur, denn alle Natur ist wohl mit Stoff verbunden.«[2]

Platon, der auch Mathematiker war, stimmte zwar Aristoteles darin zu, die Mathematik als eine »Wissenschaft des Geistes« aufzufassen, aber für ihn sind mathematisch-geometrische Ge-

---

[1] Schröder 2009, 64.

[2] Aristoteles, Metaphysik 995a 14-17.

setzmäßigkeiten der Urgrund der Natur, sind die hinter ihr verborgene Idee, die die Natur bestimmen und deren »Realisierung« diese Idee ist. Deutlich erkennbar ist diese Sicht z. B. an Platons bekanntestem Beitrag zur Mathematik, nämlich seiner genauen Beschreibung der fünf bekannten regelmäßigen Polyeder im Raum, kombiniert mit seinem mathematischen Beweis, dass es außer diesen keine weiteren geben kann. Diese Polyeder waren für ihn die »schönsten Körper«.[3]

Dagegen scheint EUKLID den Rat von Aristoteles beherzigt zu haben, denn in seinem Aufbau der *Euklidischen Geometrie* in den dreizehn Büchern seiner *Elemente* hat er Wert darauf gelegt, sie als Theorie »stoffloser Gegenstände« zu entwickeln. Dieses Werk, das in seiner mathematischen Schärfe unübertroffen ist, wurde zum Prototyp einer axiomatisch aufgebauten Strukturtheorie in der Mathematik. Es kommen dort keine Zahlen vor, sondern nur Längenverhältnisse.

Platons Gegenposition zu Aristoteles war der erste Anstoß hin zur neuzeitlichen Verbindung von Naturbetrachtung und Mathematik. Seine Wirkung zeigte sich nicht nur bei bei Kepler und Galilei, sondern auch bei Descartes.

RENÉ DESCARTES (1596–1650) knüpft zunächst bei Aristoteles an mit seiner Unterscheidung von *res cogitans* und *res extensa*. Zu dieser heißt es:

> »Alles was ausgedehnt ist, ist Materie, Materie beansprucht Ausdehnung, also Raum. Raum selbst ist (reine) Ausdehnung, also ein Spezialfall von Materie.«[4]

Danach ist *Raum* nicht nur »Form der Anschauung«, sondern selbst »materielle Substanz«. Nach Aristoteles ist dann auch der reale Raum kein Gegenstand der Mathematik, aber gemäß Platon wäre er eine Form der »Realisierung« der Euklidischen Geometrie.

[3] Platon 1985, Timaios, 53e, 55a-d.

[4] Descartes 1644, zit. aus Kirchmann 1870, 2. Teil: Über die Prinzipien der körperlichen Dinge, 42-85, hier: Punkt 16.

In der Euklidischen Geometrie gibt es Punkte und Geraden, aber eine Gerade ist keineswegs eine »Ansammlung von Punkten«, jedoch, wie schon erwähnt, gibt es Längenverhältnisse.

Descartes teilte die Sicht Platons und hatte die Idee, eine feste Länge – sozusagen einen starren Messstab – als Längenmaßstab zusammen mit einem festen Punkt auf der Geraden vorzugeben. Er konnte dann die Endpunkte der Vielfachen dieses Maßstabs den natürlichen Zahlen 1,2,3,... zuordnen, analog verfuhr er mit den rationalen Zahlen. So entstand der Begriff des Koordinatensystems. Nach dessen Vorgabe konnten Punkte durch Zahlen charakterisiert werden. Entsprechendes galt für Ebene und Raum.

Durch diesen Kunstgriff der Erfindung der Analytischen Geometrie hat Descartes die Euklidische Geometrie – also nach Platons und seiner eigenen Sichtweise die mathematische Beschreibung der materiellen Substanz »Raum« – auf den Zahlbegriff zurückgeführt und sie dadurch in gewissem Sinn in die Zahlentheorie eingeordnet, also in die Fundamentaldisziplin der Mathematik. Deren Grundstruktur sind die natürlichen Zahlen, von denen der Berliner Mathematiker Leopold Kronecker (1823–1891) zu sagen pflegte: »Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott geschaffen, alles andere ist Menschenwerk.«[5]

Die Extrapolation der Maßstabsidee auf alle Materie würde dann bedeuten: Wenn nur die geeigneten Maßstäbe dingfest gemacht werden können und es die entsprechenden Messinstrumente gäbe, dann ist »alles Zahl«. Das war schon ein Traum von Pythagoras. Dass sich aber der Sinn einer Zahl verändert, je nachdem, welchem Maßstab sie zugeordnet ist, wird besonders deutlich durch die bekannte Frage von Ludwig Wittgenstein: »Meint man dasselbe mit den beiden Einsern in (den Sätzen) ›dieser Stab ist 1 m lang‹ und ›hier steht ein Soldat‹?«[6]

[5] Leopold Kronecker (1886). Aus einem Vortrag bei der Berliner Naturforscher-Versammlung, in: Weber 1893, 15.

[6] Wittgenstein 1989, 6.

2. Die Newton-Welt: Galilei, Kepler, Newton

Die Naturwissenschaft *Physik*, so wie sie sich heute darstellt, wurde von Galileo Galilei (1564-1643) erfunden. Er hat sie von Anfang an mit Mathematik verbunden. Hier sind einige Aussprüche von ihm, die davon zeugen:

> »Mathematik ist das Alphabet, mit dessen Hilfe Gott das Universum beschrieben hat.«
>
> » Das Buch der Natur ist in mathematischer Sprache geschrieben«.
>
> »Wer die Geometrie begreift, vermag in dieser Welt alles zu verstehen.«
>
> »Wer naturwissenschaftliche Fragen ohne Hilfe der Mathematik lösen will, unternimmt Undurchführbares.«
>
> »Physikalische Gesetzmäßigkeit kann nicht (allein) durch bloßes Denken, auch nicht durch mathematisches Denken, antizipiert werden, sondern muß experimentell entdeckt und getestet werden.«
>
> »Es ist besser, die Dinge lieber zu beobachten und zu messen, als über sie nachzudenken.«
>
> »Man muß messen, was meßbar ist und meßbar machen, was noch nicht meßbar ist.«[7]

Galilei war von Platons Position überzeugt und seine Forderung war, in der realen Welt des Aristoteles Ereignisse aufzuspüren, die dafür Belege waren. Solche Belege hatte er selbst entdeckt.

Es ist – wie Erwin Schrödinger (1887–1961) einmal bemerkt – ein Wunder, dass in dieser verwirrend komplexen Welt gewisse Regelmäßigkeiten in den Ereignissen entdeckt werden können, die reproduzierbar sind.[8] Dazu gehörte aber, dass man gewisse Faktoren, die bei den beobachteten Phänomenen eine Rolle hätten spielen können, als »irrelevant« ausschließen konnte, die also Invarianten des Phänomens waren. D. h., es handelte sich bei den Entdeckungen in der Regel um die Beobachtung von

[7] Galilei 2005, 119 u.a. (verkürzte Wiedergabe der Zitate).

[8] Schrödinger 1932.

Regelmäßigkeiten durch »Experimente«, deren Ergebnisse mittels Messgeräten wie Messstab, Uhr, Waage – es gab auch schon das Fernrohr – in Zahlen ausgedrückt, also vermessen wurden.

Diese Vermessung, der empirisch-systematische Befund, ist bei Galilei primär. Dann wird er »in der Sprache der Mathematik« formuliert, d. h. als ein mathematisches Konstrukt, z.B. eine mathematische Gleichung. Dadurch wird er – um es modern auszudrücken – ein Objekt für die *Angewandte Mathematik*, deren Berechnungen mit den Messungen verglichen werden können. Im Fall der Übereinstimmung repräsentiert das Konstrukt das zugrunde liegende Naturgesetz als begriffliches Gegenstück zum empirischen Befund. Die Tatsache, dass dieser ohne jenes begriffliche Gegenstück nicht verstanden werden kann, hat Immanuel Kant (1724–1804) in seiner Vorrede zur 2. Auflage der *Kritik der reinen Vernunft* hervorgehoben:

> »Als Galilei seine Kugeln die schiefe Fläche mit einer von ihm gewählten Schwere herabrollen ließ, ging allen Naturforschern ein Licht auf. Sie begriffen, daß die Vernunft nur das einsieht, was sie selbst nach ihrem Entwurf hervorbringt.«[9]

Galileis entscheidender Beitrag zur neuen Physik waren seine berühmten Bewegungsregeln: das Trägheitsgesetz, die Entdeckung der Beschleunigung, die Einführung des Geschwindigkeitsvektors, das Kraftgesetz und die Relativität der Bewegung – bekannt als das »Galileische Relativitätsprinzip« –, d. h. die mathematischen Naturgesetze sind unabhängig von einer Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit des Bezugssystems, in dem sie gemessen und aufgestellt werden, die Zeit ist »absolut« . Um die einzigartige Erfolgsgeschichte von Galileis Regeln zu verstehen, muss man zwei weitere tiefgreifende astronomische und mathematische Entwicklungen des 17. Jahrhunderts in die Betrachtung einbeziehen. Johannes Kepler (1571-1630) hatte 1609 die ersten beiden seiner drei Gesetze der Planetenbewegung veröffentlicht, 1618 das dritte. Galilei hatte sie nicht zur Kenntnis ge-

[9] Kant 1787, Kap. 3, BXII und BXIII.

nommen, vielleicht weil er andere Überlegungen von Kepler als Okkultismus ablehnte, nämlich die Gezeiten durch den Einfluss des Mondes zu erklären.

Das zweite, mathematische Ereignis war die Entstehung der Infinitesimalrechnung in der zweiten Hälfte des 17. Jahrhunderts. Auf der Seite der Mathematik wurde dieser Kalkül von GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ (1646–1716) auf der Grundlage der Descartesschen analytischen Geometrie entwickelt und 1684 veröffentlicht. ISAAC NEWTON (1643–1727) hat die Infinitesimalrechnung vermutlich zwischen 1665 und 1667 erfunden, aber erst 1687 in seinem Werk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* veröffentlicht. Diese Erfindung war der entscheidende Durchbruch, der zur Erklärung von Keplers Beobachtungen notwendig war. Damit konnte Newton Galileis Bewegungsregeln in der Notation der Infinitesimalrechnung als präzise Gleichungen niederschreiben. Diese konnten dann gelöst werden, wodurch man eine exakte Beschreibung der Bewegung eines Körpers als Reaktion auf die ihn beeinflussenden Kräfte erhielt.

Newton nahm nun an, dass die Gravitationskraft umgekehrt proportional zum Quadrat der Entfernung ist, also mit wachsender Entfernung abnimmt. Damit konnte er beweisen, dass Keplers Beobachtungen aus Galileis Regeln folgen und keine unabhängigen Phänomene darstellen, denn Newtons Berechnungen stimmten mit den extrem genauen Beobachtungen Keplers überein. Das bedeutete: die Galileischen Regeln gelten für astronomische Körper exakt und erklären die Planetenbewegungen, und sie gelten für terrestrische Körper, denn Galilei hatte diese Regeln aus seinen terrestrischen Beobachtungen gewonnen (siehe z. B. R. Laughlin).[10]

Diese Tatsache ließ nur den Schluss zu, dass diese Regeln und damit die Newtonsche Dynamik universelle Gültigkeit hatten. Das war eigentlich eine noch größere Sensation als die »kopernikanische Wende«. Damit hatte sich auch Aristoteles' »spezielle Substanz der Himmelskörper« erledigt. Anfänglich gab es noch

[10] Laughlin 2009, 54.

Widerstand gegen Newton. Z. B. weil das Gravitationsgesetz zunächst nur dürftig empirisch gesichert war und z. T. auch generell abgelehnt wurde. Zum anderen, weil die Galileischen Regeln, formuliert in der Sprache der Infinitesimalrechnung, nicht unmittelbar verständlich sind. Jedoch in der Folgezeit hat die Newtonsche Dynamik allen Überprüfungen standgehalten. Ein Beispiel: eine von Herodot überlieferte Sonnenfinsternis vom 16. März 581 v. Chr. wurde getestet. Das Ergebnis war nicht nur, dass sie tatsächlich zur angegebenen Zeit stattgefunden hatte, sondern auch, dass es seit dieser Zeit offenbar keine wesentliche »Störung« im Sonnensystem gegeben haben konnte.

Im Verlauf von wenigen Jahrzehnten hat sich die Newtonsche Dynamik durchgesetzt, wurde – zusammen mit der Euklidischen Geometrie – als »Newtonsches Universum« der globale mathematische Entwurf unserer makroskopischen Alltagswelt und begründete das »physikalische Weltbild«. Viele Begriffe des Entwurfs haben eine anschauliche Interpretation, z. B. als Ort, Distanz, Geschwindigkeit, Gewicht oder Kraft.

Das »Newtonsche Universum« ist ein »absoluter euklidischer Raum«, in dem sich Systeme von Massenpunkten bewegen gemäß dem Ablauf einer »absoluten Zeit« und der Newtonschen Dynamik, wobei zur eindeutigen Lösung der Bewegungsgleichungen ein »Zustand« gegeben sein muss und zwar durch Orte und Geschwindigkeiten aller Massen zu einem bestimmten Zeitpunkt. Der absolute Raum definiert den Ruhezustand: ein System ist in Ruhe heißt, es ist in Bezug auf den absoluten Raum in Ruhe. Galileis Relativitätsprinzip lautet dann: Eine konstante Geschwindigkeit eines Systems in Bezug auf den absoluten Raum ist nicht nachweisbar. So erscheint das Newtonsche Universum als deterministischer Ablauf eines Uhrwerks, zugespitzt formuliert von Pierre-Simon Laplace (1749–1827) um 1800 in seiner *Himmelsmechanik*. Später sprach man in diesem Zusammenhang vom »Laplaceschen Dämon«. Laplace selbst spricht 1814 von »une intelligence«[11].

[11] Laplace 1814.

Die Unmöglichkeit einer exakten Angabe des Zustands, bedingt durch die Unkenntnis der Zustandsparameter für alle Massen, sowie die Unsicherheit, diese Parameter numerisch exakt anzugeben, führte aber zur Einsicht der praktischen Unvorhersehbarkeit von Zukunft (und Vergangenheit). Ein bekanntes Beispiel dafür ist die Wettervorhersage.

Die Aufgabe der Mathematik war, einerseits die strukturellen mathematischen Konsequenzen des Entwurfs weiter auszuarbeiten und andererseits neu auftretende Phänomene und die ihnen entsprechenden Konstrukte in die Theorie widerspruchslos einzufügen. Natürlich lag es nahe, neu gewonnene Einsichten in die mathematische Struktur des »Entwurfs« auf die »Realität« zu übertragen. Ein Beispiel: Infolge der Entwicklung der Zahlentheorie im 19. Jahrhundert, vor allem durch Richard Dedekind (1831-1916), der die sog. »Stetigkeit« der Zahlengeraden herausgearbeitet hatte, wurde der »reale Raum« als »physikalisches Kontinuum« aufgefasst, und zwar deshalb, weil der Zahlenraum ein »mathematisches Kontinuum« ist. Heute gibt es gute Gründe, die Verschiedenheit von realem Raum und Zahlenraum zu beachten, weil ihre Identifizierung zu der irrtümlichen, aber anschaulich verständlichen Vorstellung geführt hat, selbst bei kleinsten Distanzen noch nach »Orten«, also nach Bedeutung zu suchen, wo keine mehr gegeben ist.

3. Wärme und Temperatur, Licht und elektromagnetische Phänomene, Atom

In der Folgezeit spielten weitere Begriffe der Erfahrungswelt und ihre Einordnung in den Rahmen der neuen »klassischen Physik« eine Rolle, z.B. Wärme und Temperatur.

1811 hatte Joseph Fourier (1768–1830) Aufsehen erregt mit seiner Wärmeleitungsgleichung für die Ausbreitung der Wärme in Festkörpern, die die Entstehung eines thermischen Gleichgewichts beschreibt. Festkörper (und Flüssigkeiten) haben nicht nur kollektive, also Newtonsche Bewegung, sondern auch »innere Vibrationsbewegung ihrer Materie«. Davon hängen ihre »innere Energie« und ihre Temperatur ab. In dieser Phase wurde die Thermodynamik dominierend. Ihre fundamentale Erkenntnis über Energie und Temperatur waren die beiden Hauptsätze, etwas vereinfacht formuliert: Die Energie bleibt erhalten, die Temperatur gleicht sich aus.

Über die Thermodynamik hat sich Albert Einstein (1879–1955) 1949 so geäußert:

> »Eine Theorie ist desto eindrucksvoller, je größer die Einfachheit ihrer Prämissen ist, je verschiedenartigere Dinge sie verknüpft und je weiter ihr Anwendungsbereich ist. Deshalb der tiefe Eindruck, den die klassische Thermodynamik auf mich machte. Es ist die einzige physikalische Theorie allgemeinen Inhalts, von der ich überzeugt bin, daß sie im Rahmen der Anwendbarkeit ihrer Grundbegriffe niemals umgestoßen werden wird.«[12]

Ein weiteres Phänomen war das Licht. Inzwischen hatte sich die Auffassung von der Wellennatur des Lichts durchgesetzt. Hinzu kam die Entdeckungen der magnetischen Wirkung des elektrischen Stromes und der elektromagnetischen Induktion. Für diese Phänomene entwarf James Clerk Maxwell (1831–1879) als mathematisches Naturgesetz eine »Theorie des elektromagnetischen Feldes«, die die Existenz elektromagnetischer Wellen vorhersagte. Diese wurden bald nachgewiesen. Damit betrat eine völlig neue Art von Kräften die physikalische Bühne. Sie wurden als »Feld«, d.h. als »physische Realität« mit »innerer Dynamik« aufgefasst. Damit wurde der Raum als physikalisches Kontinuum ernst genommen und dessen »Punkte« bekamen Bedeutung als »Träger« des Feldes. Aus der Theorie ergab sich, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Welle gleich der Lichtgeschwindigkeit war. Deshalb zog Maxwell 1864 den Schluss:

---

[12] Einstein 1979, 12.

> »Wenn sich ein elektromagnetisches Feld wie eine Lichtwelle ausbreitet, dann ist das Licht nichts anderes als eine elektromagnetische Welle.«[13]

und er fasste die durch das »Feld« beschriebenen Erscheinungen als besondere Zustände des Äthers auf. In der *Encyclopedia Britannica* schrieb er 1878:

> »Welche Schwierigkeiten wir auch haben, um eine konsistente Vorstellung der Beschaffenheit des Äthers zu entwickeln: Es kann keinen Zweifel geben, daß der interplanetarische und interstellare Raum nicht leer ist, sondern daß beide von einer materiellen Substanz erfüllt sind, die gewiß die umfangreichste und vermutlich einheitlichste ist, von der wir wissen.«[14]

Die Maxwell-Gleichungen verletzen die Galileische Relativität. Sie erforderten ein neues Relativitätsprinzip, das die Absolutheit der Zeit aufgibt. Dieses neue Prinzip implizierte aber, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts unabhängig ist vom Bewegungszustand des Systems, in dem sie gemessen wird. Diese Implikation wurde durch das Michelson-Experiment bestätigt.

1859 entdeckte Gustav Kirchhoff (1824–1887) das nach ihm benannte Strahlungsgesetz, eine universelle Funktion, die den Zusammenhang von Emission und Absorption elektromagnetischer Strahlung eines Körpers im thermischen Gleichgewicht beschreibt. Sie hängt nur von der Frequenz der Strahlung und von der Temperatur ab. Die Herleitung dieses Gesetzes aus den Maxwellschen Gleichungen schlug fehl, sie führte für große Frequenzen zu einem unmöglichen Ergebnis, zur sog. UV-Katastrophe. Denn die besagte universelle Funktion war mittlerweile durch Messungen numerisch gut bekannt. Das bedeutete: die Elektrodynamik war mit dem Kirchhoffschen Gesetz unvereinbar. Da die Thermodynamik als universell-abstrakte Theorie unantastbar war, konnte in der Maxwell-Theorie etwas nicht stimmen.

---

[13] Maxwell 1865, 466.

[14] Maxwell 1878, 572.

Der erste Schritt für die Lösung dieses Dilemmas war, die exakte mathematische Gestalt der universellen Strahlungsformel aufzufinden. Das gelang Max Planck (1858–1947) um 1900 mit dem Ansatz, dass Energie nur in Portionen $E = h \cdot \nu$, emittiert und absorbiert werden kann, wo ν die Frequenz der Strahlung ist. Angeblich soll sich die Wahl des Buchstabens *h* für das Plancksche Wirkungsquantum aus dem Wort »hilf« herleiten.

Dagegen führte Einstein 1905 zur Erklärung des Photoeffekts »Photonen« als Lichtgeschosse ein, die je ein Energiequant transportieren. Planck stand dieser Hypothese sehr skeptisch gegenüber. In seiner Laudatio für die Zuwahl von Einstein in die Berliner Akademie 1913 sagte Planck:

> »(Daß dieser) in seinen Spekulationen gelegentlich einmal über das Ziel hinausgeschossen haben mag, wie z.B. in seiner Hypothese der Lichtquanten, wird man ihm nicht allzu schwer anrechnen dürfen, denn ohne einmal ein Risiko zu wagen, läßt sich auch in der exaktesten Naturwissenschaft keine wirkliche Neuerung einführen«.[15]

Das dritte Phänomen oder Problem war, die Tatsache der Existenz von Atomen im physikalischen Weltbild des Newtonschen Universums zu verankern. Schon 1808 hatte John Dalton (1766–1844) ein Element als einen Stoff definiert, der aus Atomen ein und derselben Art besteht. Man stellte sich die Atome als Newtonsche feste Kügelchen vor, die sich ständig bewegen und die »im Innern starr« sind, weil man die Verschiebung des Problems der »kontinuierlich ausgedehnten Materie« ins Innere des Atoms vermeiden wollte. Indiz für die ständige Bewegung der Atome war z.B. die sog. »Brownsche Bewegung«.

1878 entdeckte man die Kathodenstrahlen und erkannte, dass das eine Strahlung von Teilchen ist, die man dann Elektronen nannte. Weiter wurde klar, dass diese Elektronen Bestandteile der Atome sein mussten. 1904 verknüpfte Hendrik Lorentz (1853–1928) die Elektronen mit der Elektrodynamik. Danach führen elektromagnetische Wellen zur Bewegung von Elektronen und

[15] Planck 1975, 202.

die Bewegung von Elektronen verursacht elektromagnetische Wellen. Die elektromagnetischen Felder wurden als von den Ladungen der Elektronen verursachte Vibrationen des Äthers aufgefasst. Im gleichen Jahr stellte JOSEPH JOHN THOMSON (1856–1940) sein Atommodell vor: Im Innern eines gleichmäßig positiv geladenen kugelförmigen Atoms von ca. 10^{-8} cm Durchmesser »schwimmen« die negativen Elektronen, die quasielastisch mit der Kugel verknüpft sind. Die Anzahl der Elektronen ist gleich der Ladung der Kugel, sodass das Atom als Ganzes neutral ist.

4. Quantenmechanik des Atoms: Schrödinger

Von entscheidender Bedeutung für die weitere Entwicklung war die schon 1859 von Kirchhoff und Bunsen eingeführte Spektralanalyse. Sie machten als erste klar, dass Spektrallinien Charakteristika der Atome eines Stoffes sein müssen. Jedes Element besitzt ein charakteristisches Linienspektrum, bedingt durch die Bewegung der Elektronen im Innern des Atoms. Die erste Regelmäßigkeit, die von JOHANN JAKOB BALMER (1825-1898) entdeckt wurde, war die sog. Balmerserie des Wasserstoffs, die JOHANNES ROBERT RYDBERG (1854–1919) in folgender Form notierte:

$$\nu = c R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{k^2} \right), \quad k > 2, \tag{1}$$

wobei ν die Frequenz der Strahlung und c die Lichtgeschwindigkeit ist. Die Rydberg-Konstante R kann experimentell bestimmt werden. WALTHER RITZ (1878-1909) führte den Begriff *Term* ein:

$$T_n := -c\, R \frac{1}{n^2}, \; n = 1,2,3,\ldots, \tag{2}$$

und fand 1908 das nach ihm benannte Kombinationsprinzip, wonach die Frequenzen Differenzen von Termen sind:

$$\nu_{n,k} = T_n - T_k, \; k > n. \tag{3}$$

Die Situation war schließlich so: Es lag eine Unzahl von Messungen von Spektralfrequenzen der Elemente vor, aus denen man Regelmäßigkeiten ablesen konnte, beschrieben durch Terme und Ritzsches Kombinationsprinzip. Die Versuche, sie im Rahmen der klassischen Physik zu beschreiben, schlugen fehl.

Die Strahlung der Atome durch eine Bahnbewegung der Elektronen um den Kern herum zu verstehen, etwa im Sinne eines mikroskopischen Planetensystems, führte nach der Maxwell-Lorentz-Theorie zur Instabilität des Atoms. Allerdings war diese Theorie selbst angeschlagen wegen ihres Versagens bei der Erklärung des Strahlungsgesetzes. Diesen Schaden hatte Planck beheben können. In Analogie dazu postulierte nun Niels Bohr (1885–1962) die Existenz spezieller ausgezeichneter stabiler Elektronenbahnen, hatte damit aber nur beim Wasserstoffatom Erfolg. Deshalb wurde zunehmend die Beobachtbarkeit von Elektronenbahnen in Frage gestellt. Letztendlich war der springende Punkt zur Lösung des Problems die Einsicht, dass im Atom von einer Bewegung der Elektronen im klassischen Sinn keine Rede mehr sein konnte. Das bedeutete zwangsläufig, dass der Zustand des Atoms nicht mehr durch die in der Newton-Welt üblichen Weise beschrieben werden konnte, also durch Orte und Geschwindigkeiten der beteiligten Elektronen.

Seit den Zeiten von Fourier war bekannt, dass man praktisch jede Dichteverteilung im Raum vermöge der Fouriertransformation als Superposition von ebenen Wellen darstellen konnte.

Um 1924 hatte Louis de Broglie (1892–1987) als Gegenstück zur Einsteinschen Lichtquantenhypothese die These aufgestellt, dass auch materielle Partikel Welleneigenschaften haben und dass dabei die Wellenlänge zum Impuls der Partikel umgekehrt proportional ist, und zwar mit dem Planckschen h als Proportionalitätsfaktor.

Im Sinne von de Broglie fasste nun Schrödinger den Zustand der Elektronen im Atom als ein Aggregat von (ebenen) Wellen auf. Der Zustand eines Elektrons als ebene Welle (in einer Raumdimension) wird durch folgende Funktion beschrieben:

$$\Psi(t,x) := A \cdot e^{\left[-2i\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right)\right]}, \tag{4}$$

wobei ν die Frequenz und λ die Wellenlänge ist. Die Planck-Relation $E = h\nu$ und die de Broglie-Relation $\lambda = h/p$, wobei p der Impuls ist, werden in Gl. (4) eingesetzt.

$$\Psi(t,x) = A \cdot e^{\left[\frac{-2i\pi}{h}(Et - px)\right]}. \tag{5}$$

Differenzieren der Funktion Ψ nach t und x, d. h. Bildung der Ableitungen, liefert die Relationen

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -2i\pi \frac{E}{h}\Psi, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial x} = 2i\pi \frac{p}{h}\Psi. \tag{6}$$

Diese Relationen benutzte Schrödinger heuristisch, um die klassischen Größen Energie E, Impuls p und andere physikalische Größen durch aus den Wellen herausdiskutierte Operatoren zu ersetzen, die auf den Zustand Ψ wirken:

$$\begin{aligned} E &\to i \cdot \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial t}, \\ p &\to -i \cdot \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial x}. \end{aligned} \tag{7}$$

Diese Ersetzung nannte man später die »Schrödingersche Korrespondenzregel«. Die möglichen Zustände bilden dann, wie sich herausstellte, einen abstrakten mathematischen »komplexen linearen Raum« (Hilbertraum). Die den physikalischen Größen zugeordneten Operatoren sind lineare Operatoren auf diesem Hilbertraum. Der Zusammenhang zwischen dem Wert einer physikalischen Größe in einem gegebenen Zustand, dem ihr zugeordneten Operator und seiner Wirkung auf dem Hilbertraum ist dann durch folgendes Postulat gegeben:

> *Eine physikalische Größe, der der Operator A zugeordnet ist, hat in einem gegebenen Zustand Ψ dann und nur dann*

den wohlbestimmten Wert a, wenn die Gleichung

$$A\Psi = a\Psi \tag{8}$$

gilt. Ψ heißt dann Eigenzustand von A und a der zugeordnete Eigenwert von A.

Der Energiesatz besagt: Die (Gesamt-) Energie ist die Summe aus kinetischer und potentieller Energie. Durch Einsetzen der aus der Schrödingerschen Korrespondenzregel gewonnenen Operatoren in den Energiesatz entsteht die Schrödingergleichung

$$i \cdot \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H\Psi , \tag{9}$$

wo H den Energieoperator bezeichnet. Sie beschreibt die zeitliche Entwicklung des Zustands Ψ des Atoms. Atome sind (in der Regel) stabil. Die Suche nach stabilen, also zeitperiodischen Lösungen

$$\Psi = \Phi \cdot e^{\left(-i \frac{Et}{h}\right)}, \tag{10}$$

wobei Φ einen stationären Zustand bezeichnet, führt dann auf die Eigenwertgleichung

$$H\Phi = E\Phi . \tag{11}$$

Das System E aller Eigenwerte E von H heißt das »diskrete Spektrum« von H. Dieser Begriff wurde schon von David Hilbert (1862-1943) eingeführt. Es ist das Energiespektrum stabiler Energiezustände eines Atoms mit dem Energieoperator H.

Warum erhielt Schrödinger eigentlich sofort den richtigen Hilbertraum? Ich will das wenigstens andeuten. Ersetzt man gemäß der Schrödingerschen Korrespondenzregel den Ort durch einen Operator Q und den Impuls durch P, so erhält man sofort die Vertauschungsrelation

$$QP - PQ = i \cdot \frac{h}{2\pi} \cdot 1, \tag{12}$$

wobei 1 den Einheitsoperator bezeichnet.
Diese Relation ist aus der Theorie der Fouriertransformation wohlbekannt. Das Atom mit N Elektronen hat 3N Freiheitsgrade (ohne Spin). Von John von Neumann (1903-1957), der den abstrakten Hilbertraum eingeführt hat, stammt nun das Theorem, dass bei endlich vielen Freiheitsgraden der zugehörige Hilbertraum bereits völlig eindeutig durch diese Vertauschungsrelation bestimmt ist. D. h., Schrödinger musste mit seinem Ansatz notwendigerweise auf den richtigen, weil einzig möglichen, Hilbertraum stoßen.

Diese Relation ist bekanntlich von Werner Heisenberg (1901–1976) zur Herleitung der sog. »Unbestimmtheitsrelation« benutzt worden. Heisenberg ging in seinem Ansatz 1925, der zur sog. *Matrizenmechanik* führte, vom Bohrschen Korrespondenzprinzip aus und suchte nach »Transformationen« von klassischen zu quantenmechanischen Formeln. Als einfachen Fall betrachtete er den harmonischen Oszillator und die Darstellung der Bahnkurve eines angeregten Zustands als Fourier-Reihe. Bei der besagten Transformation verwendete Heisenberg einen Trick und erhielt eine bestimmte Formel. Als Max Born (1882–1970) diese Formel sah, sagte er, »das ist doch Matrizenmultiplikation« (Heisenberg kannte das nicht). Max Born und Pascual Jordan (1902–1980) schrieben daraufhin sofort eine Arbeit, in der die Vertauschungsrelation auftauchte.

Die Sensation bestand nun darin, dass folgendes herauskam: Das System der spektroskopischen Terme eines gegebenen Atoms besteht genau aus dem diskreten Spektrum seines Energieoperators auf seinem Hilbertraum. D. h., die Terme sind nichts anderes als die möglichen Energiezustände des Atoms. Der berechnete Wert der Rydberg-Konstante stimmte genau mit dem spektroskopisch ermittelten überein. Durch das Schrödingersche Atommodell war mit einem Schlag das gesamte empirische Material der Atomspektroskopie erklärt und berechenbar geworden worden, einschließlich des Ritzschen Kombinationsprinzips. Das war Schrödingers Geniestreich.

Dieses Atommodell war spektakulär. Es war ein Bruch mit der klassischen Physik, aber von begrifflicher Einfachheit. Der mathematische Formalismus war überzeugend, gut zu handhaben und im Kern nicht abänderbar. Es war die gesuchte *Quantenmechanik des Atoms*.

Schrödinger hatte seine Gleichung zunächst auf das Wasserstoffatom angewandt. Die berechneten Energiezustände stimmten mit den Bohrschen Resultaten überein. Das war noch keine Sensation. Der wirkliche Prüfstein der Schrödingergleichung war die Anwendung auf Mehrelektronensysteme, wie z. B. auf das Heliumatom mit zwei Elektronen. Erst die Berechnung des Grundzustands des Helium durch Kellner und Hylleraas war der Durchbruch, das »Mirakel des Helium«, wie es genannt wurde, denn es war nun klar, dass man aus der Gleichung etwas herausbekommen hatte, was man nicht hineingesteckt haben konnte. Im anderen Fall wäre es in der Atomtheorie zu einer echten Krise gekommen.

Trotzdem warf das Schrödingersche Atommodell Fragen auf. Ein Problem der neuen Theorie war das Verständnis des Hauptsymbols Ψ der Schrödingergleichung, des Zustands, aus der Sicht der klassischen Physik. Schon das Auftreten von i, der Quadratwurzel aus -1, und die Tatsache, dass Zustände Elemente eines komplexen linearen Raumes sind, signalisierten, dass es sich hier nicht um ein Naturgesetz handeln kann, was eine Interpretation im Galilei-Newtonschen Entwurf gestattet. Oft wird Ψ als »Wellenfunktion« bezeichnet. Das ist schon deshalb irreführend, weil es sich um eine abstrakte Wellenbewegung im Zustandsraum handelt, sodass sich die Frage erübrigt: »was schwingt da eigentlich?« Es kamen Zweifel auf, ob Ψ den Zustand des Atoms wirklich vollständig beschreibt. Man versuchte lange, die Newtonsche Zustandsbeschreibung zu retten, indem man sog. »verborgene Parameter« suchte, deren Nichtexistenz aber bewiesen werden konnte. So blieb nur der Ausweg, die »Unbestimmtheit« des hypothetischen Newtonschen Zustands durch die unterschiedlichen Messmöglichkeiten bzw. den Messvorgang zu erklären, d. h., »Ort und Geschwindigkeit können eben nicht gleichzeitig gemessen werden, sondern – je nach Art des Messgeräts – mal die eine, mal die andere Größe«. Um wenigstens die Eindeutigkeit des Objekts zu bewahren, wurde als Erklärung das *Komplementaritätsprinzip* erfunden. In Wirklichkeit charakterisiert Ψ den Zustand des Atoms mathematisch völlig eindeutig, aber von Bewegung der Elektronen ist keine Rede mehr, die Newtonschen Begriffe Ort, Geschwindigkeit tauchen nur noch »vernebelt« auf. Es ist zwar klar, dass im Atom der Ordnungszahl N genau N Elektronen drinstecken, aber deren Unabhängigkeit als Objekte ist aufgelöst. Das heißt: Das Atom ist wirklich unteilbar in dem Sinn, dass es eine eigenartige Einheit ist, zwar ein Verbund von Einzelteilen, in dem aber auf geheimnisvolle Weise alles mit allem zusammenhängt, die Elektronen sind gegenseitig verschränkt.

Diese Eigenschaft der möglichen Verschränktheit von physikalischen Objekten unterscheidet die Atomtheorie grundsätzlich von der Newton-Welt. Das Ψ ist nicht dekodierbar im Rahmen des Galilei-Newtonschen Entwurfs. Aber die Unschärfe der Verschränkung, das Faktum »alles hängt mit allem zusammen«, führt und schlägt um zur Schärfe der Spektrallinien, die beobachtet und gemessen werden. Es ist eigentlich irreführend, wenn auch heute noch die Vorstellung von Elektronenbahnen im Atom suggeriert wird. Das hat übrigens schon Schrödinger geärgert, der in den Diskussionen 1925/26 mit Bohr und Heisenberg sagte:

> » Wenn es doch bei dieser verdammten Quantenspringerei bleiben soll, so bedaure ich, mich überhaupt jemals mit der Quantentheorie abgegeben zu haben.«[16]

[16] Zit. in Heisenberg 1969, 108.

5. Zusammenschlüsse von »Quantenmaterie«, Ordnung versus Gesetz

Die Erkenntnis der intrinsischen Einheit des Atoms als Verbund von »Quantenmaterie« förderte die physikalische Untersuchung ihrer Zusammenschlüsse zu einem makroskopischen Objekt. Einmal solcher, bei denen die Atome ihre Einzigkeit behalten und makroskopische Newtonsche Körper, Flüssigkeiten und Gase entstehen. Deren charakteristisches Merkmal ist die Trennung und Unterscheidung von kollektiver Bewegung und Vibrationsbewegung der Atome. Es gibt aber auch Zusammenschlüsse als Quantenobjekt. Obwohl makroskopisch, muss ein solches Objekt durch eine einzige Zustandsgröße, ein Ψ, beschrieben werden, d.h. seine Einzelteile sind überall und nirgends. Beispiele sind sog. Superfluide wie Helium 4.

Solche makroskopischen Quantenobjekte zeigen, dass das sog. Korrespondenzprinzip, was Bohr in der Anfangszeit der Atomtheorie als heuristisches Hilfsmittel verwendet hatte, keine allgemeine Gültigkeit hat.

Besonders die Festkörperphysik hat hier von der neuen Quantenphysik profitiert. Es wurde z.B. deutlich, dass bestimmte physikalische Phänomene und Größen universell und kollektiv sind, sie verschwinden bei geringen Atomanzahlen und sind völlig unabhängig von den »grundlegenderen Gesetzen«, aus denen man sie herleiten können müsste, wenn man diese Gesetze denn kennen würde. D. h., nicht nur schafft ein Gesetz Ordnung, sondern eine zustande gekommene Ordnung kann auch neue Gesetze hervorbringen, die schon aus der Ordnung heraus zu verstehen sind, ohne die tiefer gelegenen Gesetze zu kennen, aus denen diese Ordnung entstanden ist. Ein einfaches Beispiel ist die Herleitung des Gesetzes idealer Gase und der universellen Gaskonstante mit Hilfe der kinetischen Gastheorie. Das hat neue Einsichten einer Schichtenstruktur im Aufbau der Physik eröffnet. Darauf hat besonders Philip Warren Anderson (geb. 1923) aufmerksam gemacht:

> »In jedem Stadium entsteht die Welt, die wir wahrnehmen, durch den Prozeß, bei dem beträchtliche Aggregationen von Materie spontan Eigenschaften entwickeln können, die für die einfacheren Einheiten, aus denen sie bestehen, keine Bedeutung haben. Eine Zelle ist noch kein Tiger. Ebensowenig ist ein einzelnes Goldatom gelb und glänzend.«[17]

Der Entwurf der »klassischen Physik« seit Galilei und Newton erscheint so als ein Gesetzeswerk, das auf der Grundlage einer zunächst nicht hinterfragten Ordnung zustande gekommen ist, die durch Beobachtung und Messung ihrer Regelmäßigkeiten erkennbar wurde. Das Hauptinstrumentarium dieses Entwurfs war ganz wesentlich die »Infinitesimale Methode« von Leibniz und Newton. Diese Methode war insofern genial, weil paradoxerweise gerade ihre »unwirklichen« Aspekte des Unendlich-Kleinen zwar idealisierte, aber außerordentlich wirkungsvolle Beschreibungen von beobachteten und gemessenen Phänomenen eben dieser Ordnung ermöglichten.

Diese Ordnung wurde erst dann hinterfragt, als es zu Widersprüchen im »Entwurf« kam. Durch erste Einblicke in die tieferliegenden Strukturen der Wirklichkeit, zu deren Verständnis neue mathematische Entwürfe notwendig waren, stellte sich heraus: die materiellen Objekte dieser Ordnung sind zum überwiegenden Teil makroskopische Zusammenschlüsse von »Quantenmaterie« in der Form von Atomen und der »Entwurf« kann aber nicht alle makroskopischen Zusammenschlüsse einbeziehen. Erst durch diese Einblicke konnte man die Einsicht gewinnen, dass die Gesetze dieser Ordnung deshalb erkannt und verstanden werden konnten, w e i l sie unabhängig sind von den tieferliegenden Gesetzen, aus denen heraus diese Ordnung entstanden ist.

[17] Zit. in: Brockman 2000, 178.

6. Die Zeit danach: Reflexionen über das Verhältnis von Mathematik und Physik

Heisenberg und Bohr sahen die Quantenmechanik zunächst nur als eine gute Version der Mechanik für die Atomhülle an und erwarteten schon für den Atomkern eine neue Theorie (Carl Friedrich von Weizsäcker[18]). Deshalb war der offensichtliche Erfolg von Schrödingers Theorie Anlass für die Physiker, erneut das Verhältnis von Mathematik und Physik zu reflektieren. Es hatte sich gezeigt, dass die Mathematik nicht nur die einzige Sprache ist, um Naturgesetze zu verstehen, wie Galilei postulierte, sondern dass sie offenbar sogar in der Entfaltung ihrer abstrakten Strukturen die korrekte Sprache sein kann. Das war überraschend und erstaunlich, weil die Reine Mathematik seit Newtons Zeiten und zum großen Teil völlig unabhängig von der Physik, einen gewaltigen Aufschwung erfahren hatte.

Trotzdem konstatierte man aufs Neue eine merkwürdige Kohärenz zwischen Mathematik und Physik, nämlich dass die Physiker die für ihre Probleme benötigten Begriffe und Zusammenhänge zum großen Teil selbst entwickelt hatten und dass erst später bemerkt wurde, dass dieselben oder noch geeignetere Begriffe von Mathematikern schon geschaffen worden waren. Die Gegenüberstellung der Namen Newton – Leibniz, Einstein – Riemann, Schrödinger – Hilbert, sind berühmte Beispiele dafür. So konnten die Physiker den Eindruck gewinnen, wie Eugene Paul Wigner (1902–1995) feststellte, dass Strukturen in der Mathematik, die aus rein »inneren« Motiven entstanden waren, eine Ahnung von der Existenz und Gestalt von Naturgesetzen entstehen lassen konnte.[19]

Innere Motive von Mathematikern sind häufig ein Bestreben, tiefliegende allgemeine und einfache Zusammenhänge im Rahmen einer axiomatisch gegebenen Struktur aufzuspüren und durch anspruchsvolle und raffinierte Sequenzen zulässiger

[18] Von Weizsäcker 1986, 279.

[19] Wigner 1959/1970, 229.

Schlussweisen zu beweisen und Unzulässiges zu umgehen. Solche Vorgänge sagen dem ästhetischen Empfinden zu. Strukturen, in denen das vorkommt, befriedigen ihren Sinn für formale Schönheit. Bekanntlich gibt es viele mathematische Strukturen von Tiefe und Schönheit, eine der einfachsten sind die komplexen Zahlen.

Die Mathematik der Quantenmechanik des Atoms weist eine solche Schönheit auf.

Die Hoffnung der Physiker, weitere erfolgversprechende mathematische Konstrukte im subatomaren Bereich zu entwerfen, wurde dadurch auf die abstrakten Strukturen der Mathematik gelenkt und speziell auf den »Schlüssel« der *Quantisierung*.

Eine Anwendung dieser Methode auf die Elektrodynamik und ihre Wechselwirkung mit dem Elektron lag nahe, weil es den klaren Zusammenhang zwischen der Planckschen Strahlungsformel und der Quantenmechanik des Atoms gab (ein und dasselbe h). Aber es gab zwei Probleme: einmal war in diesem Fall die Anzahl der Freiheitsgrade unendlich und zum anderen war es fraglich, ob man die Quantisierung mit demselben Erfolg auf die elektromagnetischen Feldgrößen anwenden konnte, denn diese waren den Raumpunkten zugeordnet und in der Quantenmechanik des Atoms war die physikalische Bedeutung von Raumpunkten als »Orte«durch den Zustandsbegriff vernebelt worden. Bereits Ende 1929 hatten Jordan, Wolfgang Pauli (1900–1958) und Heisenberg eine diesbezügliche »Quantenelektrodynamik (QED)« entworfen. Aber bis heute konnte die QED nicht zu einem rigorosen mathematischen Konstrukt ausgebaut werden. Zu all diesen Fragen hat sich Einstein mehrfach geäußert:

> »Erfahrung bleibt das einzige Kriterium der Brauchbarkeit einer mathematischen Konstruktion für die Physik. Das eigentlich schöpferische Prinzip liegt aber in der Mathematik. [Und] nach unserer bisherigen Erfahrung sind wir zum Vertrauen berechtigt, daß die Natur die Realisierung des mathematisch denkbar Einfachsten ist.«[20]

[20] Einstein 2001, 130.

D. h., entscheidend ist immer die Übereinstimmung von Berechnungen auf der Grundlage des Konstrukts mit Beobachtungen und Messungen. Gleichzeitig ermuntert Einstein die Physiker, wenn es um Entwürfe für neue physikalische Herausforderungen geht, sich mit den vorhandenen abstrakten mathematischen Strukturen auseinanderzusetzen bzw. Impulse für neu zu schaffende zu geben.

Nun weiß man, dass Einstein in seinen Theorien Einfachheit und Schönheit erstrebte und dass für ihn Schönheit schließlich und endlich im Wesentlichen Einfachheit war.[21] Er hat auch einmal bemerkt, dass die einzigen physikalischen Theorien, die die Physiker bereit sind zu akzeptieren, die »schönen« sind.[22]

Die Schönheit eines mathematischen Entwurfs avanciert so zu einem Kriterium für seine Eignung als physikalische Theorie. Das würde dann auch bedeuten, dass das Herleiten von testfähigen Folgerungen aus einem Modell zunächst eine untergeordnete Rolle spielen kann, d. h., sein Funktionieren tritt in den Hintergrund. Das war übrigens schon bei Kopernikus so.

Aber gerade wegen der Abstraktheit der benötigten mathematischen Strukturen und der daraus resultierenden Modelle müsste doch das »Funktionieren« eigentlich an Bedeutung gewinnen. Diese Konsequenz hat John von Neumann zugespitzt ausgedrückt:

> »Die Naturwissenschaften wollen nicht erklären und sie wollen selten etwas interpretieren, sie schaffen in der Hauptsache Modelle. Mit einem Modell ist ein mathematisches Konstrukt gemeint, das unter Zusatz bestimmter sprachlicher Interpretationen Phänomene der Beobachtungswelt beschreibt. Die Berechtigung eines solchen mathematischen Konstrukts beruht einzig und allein auf der Hoffnung, daß es funktioniert.«[23]

Wegen dieser Zwickmühle zwischen beiden Aspekten konnte es

---

[21] Siehe z. B.: Brief von Rosen an Clark, in: Clark 1971, 534.

[22] Zit. in Wigner 1959/1970, 229.

[23] Zit. in: Gleick 1990, 381.

in der Folgezeit zu einem Missverhältnis von »Entwurf des mathematischen Konstrukts« und seinem »Funktionieren« kommen, eben weil das Funktionieren auch in die Zukunft verschoben werden konnte.

Auf der anderen Seite gab es zahlreiche experimentellen Resultate im subatomaren Bereich, die mit zunehmend größerem Aufwand erzielt wurden, z. B. durch die Beschleunigermaschinen, die ein Beispiel dafür sind, dass das Entdeckte zur Technik wird, um neue Messgeräte zu konstruieren, die die Erfahrungsbasis beträchtlich erweitern. Diese Resultate sind z.T. im sog. Standardmodell der Elementarteilchenphysik zusammengefasst worden, das aber die Kriterien eines rigorosen quantenfeldtheoretischen Konstrukts nicht erfüllt. Es enthält auch zu viele freie Parameter, die erst nachträglich durch die experimentellen Daten bestimmt werden und ist so ein typisches Beispiel für eine zwar angepasste, aber eben nicht »passende« Theorie. Sie beruht auf dem Konzept der sog. Yang-Mills-Eichtheorien, einer Kombination von Gruppentheorie und Differentialgeometrie.

Für »quantisierte« Yang-Mills-Theorien fehlt aber bis heute eine strenge Begründung im Rahmen der axiomatischen Quantenfeldtheorie. Dieses Problem ist eines der sog. »Millenium Probleme«, aufgestellt vom Clay Mathematical Institute / Cambridge Massachusetts in Analogie zu den von Hilbert 1900 in Paris formulierten 23 Problemen, von denen eines, die sog. Riemannsche Vermutung über die Zeta-Funktion, bekanntlich immer noch ungelöst ist und auch in der Milleniums-Liste wieder auftaucht.

Die Tendenz zur mathematischen Spekulation, die sogar das Konstruieren einer rigorosen mathematischen Theorie in die ferne Zukunft verschiebt, findet heute vor allem ihren Ausdruck in der Vision einer letzten ultimativen mathematischen Theorie, die alles erklärt, einer »Weltformel«.

Eine Alternative dazu ist die narrative Synthese und Zusammenschau von Teilaspekten, wie z. B. in der Urknalltheorie.

Zu deren Stütze gehören die Expansion des Weltalls, das Weltalter von 13,8 Milliarden Jahren – eine Berechnung, die letztlich auf Einsteins Gravitationsgleichungen unter Einschluss des sog. Kosmologischen Prinzips zurückgeht –, die Verteilung von Wasserstoff und Helium im Universum und die Existenz der kosmischen Mikrowellenstrahlung (CMR), die schon mal »Hintergrundstrahlung« genannt wird.

Eine Gefahr dabei ist, dass die »Lust zum Narrativen« zur Pseudotheorie führen kann, die die Tendenz zu wissenschaftlich verbrämtem Mythos in sich trägt.

Der Galilei-Newtonsche Entwurf der klassischen Physik hat mehr als zwei Jahrhunderte überdauert. Insofern hat dieser Entwurf paradigmatischen Charakter für die Newton-Welt. Die Quantentheorie ist ein neuer Ansatz, um auch atomare und subatomare Aspekte der Natur zu verstehen. Die durch diesen Ansatz gewonnenen Erkenntnisse über die mikroskopische Welt sind unwiderruflich und bedeuten z. B., dass sie keine verkleinerte Newton-Welt ist. Der Ansatz ist also notwendig eine Trennung und Abspaltung vom vertrauten Paradigma. Aber er ist dennoch mit ihm und mit der Newton-Welt fest verdrahtet, weil wir nur durch Signale der Quantenwelt, die messbare und beobachtbare Spuren in der Newton-Welt hinterlassen, überhaupt etwas von ihr wissen können. Deshalb sind die universellen Konstanten der Quantenwelt von besonderer Bedeutung und insbesondere ihre Verknüpfung mit universellen Größen, die ursächlich aus kollektiven Prozessen hervorgehen.

Dazu gibt es in der Reinen Mathematik ein Analogon: Ein Theorem muss immer im Zusammenhang mit seinem Beweis gesehen werden, besonders dann, wenn es um Existenzbeweise geht. Da ist oft der Beweis das Einzige, was man zunächst über die Existenz des Objekts weiß.

Danksagung

Zu danken habe ich meinem ehemaligen Mitarbeiter Prof. Dr. Fernando Lledo (Madrid) und den Kollegen Dr. Werner Becker (Bonn) und Prof. Dr. theol. Stefan Timm (Hamburg) dafür, dass sie frühe Entwürfe des Vortrags sorgfältig gelesen und hilfreich kommentiert haben, sowie Prof. Dr. Volker Enß (Hamburg) und meinen ehemaligen Mitarbeitern Dr. habil. Hagen Neidhardt, Dr. habil. Joachim Rehberg (Berlin) für anregende Gespräche zum Thema. Von den im Literaturverzeichnis angegebenen Quellen verdankt der Vortrag viel dem Buch von Robert B. Laughlin.

Literatur

Aristoteles: Metaphysik.

Brockman, John (Hg.) (2000): Die wichtigsten Erfindungen der letzten 2000 Jahre, Berlin.

Clark, Ronald William (1971): Einstein: The Life and Times, New York.

Descartes, René (1644): Philosophische Werke, in: Julius Hermann Kirchmann (Hg.), Philosophische Bibliothek oder Sammlung der Hauptwerke der Philosophie alter und neuer Zeit Bd. 25, Berlin, 1870.

Einstein, Albert (1979): Autobiographisches, in: Paul Arthur Schilpp (Hg.) »Albert Einstein als Philosoph und Naturforscher«, Braunschweig/Wiesbaden, 1-35.

Einstein, Albert (^{27}2001): Mein Weltbild, Berlin.

Galilei, Galileo (1623/2005): Il Saggiatore, Editrice Atenore Roma – Padova.

Gleick, James (1990): Chaos – die Ordnung des Universums, Kap. »Innere Rhythmen«, München.

Heisenberg, Werner (1969): Der Teil und das Ganze, München.

Kant, Immanuel (^{2}1787): Kritik der reinen Vernunft, Riga.

Laplace, Pierre-Simon (1814): Essay philosophique sur les probabilities.

Laughlin, Robert B. (2009): Abschied von der Weltformel, München.

Maxwell, James C (1865): A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field, Philosophical Transactions of the Royal Society of London (155), 459-512.

Maxwell, James C. (1878): »Ether«, Encyclopedia Britannica 9. Ed. 8, 568 – 572.

Planck, Max (1975): Laudatio für A. Einstein, in: Physiker über Physiker, bearb. von Christa Kirsten und Hans-Günther Körber, Bd. 1, Berlin.

Platon (1985): Timaios, in: Ders., Sämtliche Werke, Übersetzung nach Friedrich Schleiermacher, Berlin.

Schröder, Richard ([2]2009): Abschaffung der Religion? Wissenschaftlicher Fanatismus und die Folgen, Freiburg.

Schrödinger, Erwin (1932): Über Indeterminismus in der Physik, Leipzig.

Weber, Heinrich (1893): Leopold Kronecker, Mathematische Annalen 43, 1-25.

Weizsäcker, Carl Friedrich von ([2]1986): Aufbau der Physik, München.

Wigner, Eugene Paul (1959): The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences, in: Ders., Symmetries and Reflections, Scientific Essays, Cambridge and London 1970, 222-237.

Wittgenstein, Ludwig (1989): Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik, Werkausgabe Band 6, Frankfurt a. M.